EDUCACIÓN MATEMÁTICA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ALIANZA PARA EL PROGRESO

Montelíbano – 2025

PLANEACIÓN DEL PRIMER PERIODO – 8°

D.B.A:

1. Reconoce la existencia de los números irracionales como números no racionales y los describe de acuerdo con sus características y propiedades. **Numérico - Espacial**

2. Construye representaciones, argumentos y ejemplos de propiedades de los números racionales y no racionales. **Numérico – Espacial**

4. Describe atributos medibles de diferentes sólidos y explica relaciones entre ellos por medio del lenguaje algebraico. **Métrico – Espacial – Variacional**

7. Identifica regularidades y argumenta propiedades de figuras geométricas a partir de teoremas y las aplica en situaciones reales. **Espacial – Variacional**

DESEMPEÑOS:

- Identificar números irracionales y diferenciarlos de los racionales.
- Explicar, con sus propias palabras, las propiedades de los números racionales (como la periodicidad de decimales en fracciones) y de los irracionales (como la no repetición de decimales en raíces cuadradas).
- Explicar, en términos sencillos, qué significa que un número sea irracional.
- Ubicar números irracionales comunes (como π y √2) en una recta numérica.
- Resolver problemas que requieran la representación gráfica y numérica de números racionales e irracionales.
- Justificar la existencia de números que no pueden expresarse como fracción, demostrando así un entendimiento conceptual de su naturaleza.
- Identifiquen y describan los atributos medibles de sólidos geométricos como el cubo, el cilindro y la pirámide.
- Utilicen lenguaje algebraico básico para establecer relaciones entre atributos de diferentes sólidos, por ejemplo, volumen y área de superficie.
- Argumenten propiedades y regularidades en sólidos y figuras geométricas, aplicando teoremas básicos (como el Teorema de Pitágoras o el cálculo de áreas y volúmenes) a situaciones reales.
- Apliquen estos conocimientos en la resolución de problemas cotidianos, por ejemplo, al calcular el volumen de un tanque de agua o el área de una pared.

PROBLEMATIZACIÓN

1. Problemáticas ontológicas, antropológicas y cognitivas en los Estudiantes

a. Limitaciones en la comprensión de conceptos abstractos

Los estudiantes de octavo grado de nuestra institución, suelen enfrentar limitaciones a la hora de estudiar conceptos abstractos como algunos de los que caracterizan a los números irracionales; entre ellos, su "infinidad no periódica" y "no fraccionabilidad", que pueden ser complejos de visualizar y comprender para nuestros estudiantes, lo que dificulta su reconocimiento y aplicación en contextos prácticos.

Las evaluaciones reflejan que estos estudiantes presentan una comprensión limitada de la relación entre números racionales e irracionales y frecuentemente desconocen la diferencia estructural entre ambos. Esto se atribuye, en parte, a que la noción de números que "no se pueden representar como fracciones" o que tienen "decimales infinitos no periódicos" es un concepto abstracto y desafiante para este nivel.

Por otra parte, los estudiantes presentan poca familiaridad con la idea de sólidos tridimensionales y sus propiedades (volumen, área, altura), en contraste con su experiencia cotidiana en un entorno limitado a representaciones bidimensionales; y esto se articular con las dificultades en el uso de lenguaje algebraico para describir y relacionar atributos de sólidos, así como en identificar y argumentar regularidades de figuras geométricas.

b. Dificultades en el pensamiento lógico y espacial

Según las investigaciones educativas, los estudiantes de estratos bajos suelen presentar bajos niveles de desarrollo en el pensamiento lógico y espacial, lo cual es fundamental para ubicar números en la recta numérica y para comprender que existen "espacios" entre los números racionales que son ocupados por irracionales. La falta de herramientas cognitivas y de entrenamiento en razonamiento espacial y en el manejo de cantidades no enteras hace que el concepto de irracionalidad se sienta "ajeno" o desconectado de su realidad cotidiana.

c. Brecha en el acceso a recursos de aprendizaje y referentes cotidianos

Los estudiantes de estos estratos tienen menos exposición a experiencias y materiales que podrían ayudar a visualizar y contextualizar los números irracionales en la vida diaria. Mientras que estudiantes de estratos más altos podrían tener acceso a libros, calculadoras gráficas o aplicaciones interactivas, muchos de estos jóvenes no cuentan con dichos recursos. Además, el contexto socioeconómico puede reducir su exposición a situaciones prácticas o problemas que involucren este tipo de conceptos. En algunos casos, la falta de electricidad o conectividad en sus hogares limita el tiempo y las oportunidades de práctica.

2. Problemáticas metodológicas y logísticas del sistema educativo

a. Limitaciones en infraestructura y materiales didácticos

Las instituciones educativas que atienden a estudiantes de bajos estratos suelen contar con recursos didácticos limitados, y los profesores frecuentemente tienen un número elevado de estudiantes, lo que complica la enseñanza personalizada o el uso de herramientas especializadas para ilustrar conceptos abstractos como los números irracionales. En algunos contextos, la infraestructura básica es insuficiente, lo que afecta las condiciones de aprendizaje en general.

b. Capacitación insuficiente y presión curricular

A nivel metodológico, los docentes en el sistema público colombiano a menudo enfrentan limitaciones en términos de capacitación continua en temas de matemática avanzada y en estrategias específicas para enseñar números irracionales. Los programas de capacitación docente no siempre se centran en cómo enseñar conceptos abstractos y en cómo trabajar con estudiantes en condiciones de vulnerabilidad económica. A esto se suma la presión curricular: el plan de estudios exige cubrir muchos contenidos en un tiempo limitado, lo que a menudo lleva a los docentes a enseñar temas sin la profundidad necesaria para que los estudiantes internalicen conceptos como el de los números irracionales.

En este mismo orden, la enseñanza tradicional del algebra, la cual en escuelas como la nuestra inicia a partir del grao octavo, con enfoques de enseñanza que priorizan la memorización y resolución de ejercicios mecánicos en lugar de un aprendizaje comprensivo de las propiedades geométricas y algebraicas, hacen más difícil la comprensión y apropiación de los aspectos deductivos y analíticos del algebra, y de la dinamicidad del pensamiento variacional.

c. Carencia de tecnologías educativas adaptadas al contexto

La falta de tecnologías educativas en muchas instituciones de estratos bajos reduce las oportunidades de aprendizaje visual e interactivo. Las investigaciones educativas han demostrado que los conceptos abstractos, como los números irracionales, se asimilan mejor con herramientas digitales o materiales manipulables que faciliten la comprensión visual (por ejemplo, simulaciones, calculadoras gráficas, etc.), recursos que, sin embargo, suelen no estar disponibles en estos contextos.

3. Problemáticas epistemológicas y gnoseológicas en la matemática

a. Complejidad de la noción de irracionalidad

Desde una perspectiva epistemológica, los números irracionales representan una expansión conceptual importante en el desarrollo del pensamiento matemático, que va más allá de la aritmética simple. Para los estudiantes de octavo grado, comprender que existen números que no pueden expresarse como fracciones y que poseen decimales infinitos no periódicos requiere un salto cognitivo hacia el pensamiento matemático abstracto y teórico. De forma similar el lenguaje algebraico y la representación de figuras tridimensionales requieren una base sólida en pensamiento espacial y simbólico, lo cual puede ser complejo en contextos donde los estudiantes carecen de experiencia en la manipulación de objetos o modelos físicos. De ahí que, para la transición del razonamiento concreto al abstracto, resulta ineludible reconocer las dificultades en la comprensión de relaciones entre atributos medibles (como volumen y área) y en la aplicación de propiedades geométricas en contextos reales.

b. Tensiones en la comprensión del concepto de número

El concepto de número en la mente de un estudiante de octavo grado suele estar asociado con objetos tangibles y cantidades medibles. Al introducir números que no pueden representarse con fracciones ni escribirse completamente en notación decimal, la matemática desafía estas ideas iniciales y exige un cambio en su estructura conceptual del "número". Esto no es solo un reto cognitivo, sino también gnoseológico: los estudiantes necesitan construir una nueva categoría mental para comprender la existencia y características de los números irracionales.

Esto último genera tensiones epistemológicas entre lo que tradicionalmente se ha considerado un número y lo que en la actualidad representa en contextos matemáticos más avanzados. Además, su introducción requiere un salto gnoseológico significativo, que implica mover al estudiante de la aritmética elemental a una comprensión más profunda de la estructura de los números.

1. Infinidad No Periódica

La "infinidad no periódica" se refiere a la forma en que los números irracionales se expresan en notación decimal. Cuando convertimos un número irracional en su forma decimal, este tiene una cantidad infinita de cifras después del punto decimal. Sin embargo, a diferencia de los números racionales (que pueden ser fracciones), los números irracionales no tienen un patrón que se repita.

Ejemplo: Considera el número irracional π (pi), que representa la relación entre la circunferencia de un círculo y su diámetro. Su valor decimal comienza así:

$$\pi = 3.14159265358979323846 \ldots$$

Las cifras decimales de π continúan infinitamente, y no existe un patrón o secuencia que se repita. Otro ejemplo es la raíz cuadrada de 2 (√2), que en decimal es aproximadamente:

$$\sqrt[2]{2} = 1.41421356237309504888 \ldots$$

Aquí, al igual que con π, las cifras se extienden infinitamente y no presentan ninguna periodicidad o patrón de repetición. Esta característica de no tener un ciclo o secuencia repetitiva en su decimal es lo que llamamos "infinidad no periódica."

En cambio, un número racional como $\frac{1}{3}$ tiene una expansión decimal infinita pero periódica: $\frac{1}{3} = 0.33333 \ldots$
Aquí, el "3" se repite infinitamente, mostrando una periodicidad.

2. No Fraccionabilidad

La "no fraccionabilidad" significa que no se puede representar un número irracional como una fracción de dos enteros (es decir, como $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros y $b \neq 0$). Esta propiedad diferencia fundamentalmente a los números irracionales de los racionales, ya que cualquier número racional puede expresarse como una fracción.

Ejemplo: Volvamos al ejemplo de $\sqrt[2]{2}$. Aunque el valor decimal de $\sqrt[2]{2}$ es aproximadamente 1.41421356..., no existe una fracción exacta $\frac{a}{b}$ que sea igual a $\sqrt[2]{2}$.

Esto fue demostrado en la antigua Grecia y se convirtió en una de las primeras pruebas de la existencia de números irracionales.

Otro ejemplo clásico de un número irracional es π. Por más que tratemos de aproximarlo con fracciones (como $\frac{22}{7}$), ninguna fracción podrá representar exactamente el valor de π. Aunque $\frac{22}{7}$ es una buena aproximación, el valor exacto de π no se puede expresar como fracción.

Comparación con Números Racionales

Para entender mejor, vamos a comparar un número racional y un irracional:

- Racional: $\frac{1}{3} = 0.33333\ldots$ (decimal infinito pero periódico)
- Irracional: $\sqrt[2]{2} = 1.41421356\ldots$ (decimal infinito y no periódico)

Ambos tienen decimales infinitos, pero el racional muestra un patrón repetitivo, mientras que el irracional no tiene ningún patrón de repetición, y tampoco puede expresarse como una fracción.

Por qué Importan Estas Propiedades

Estas propiedades – "infinidad no periódica" y "no fraccionabilidad" – son esenciales para entender que los números irracionales no encajan en la estructura de los números racionales, lo que lleva a la idea de que existen más tipos de números de los que podríamos pensar al principio. Esto abre un campo vasto en las matemáticas y lleva al concepto de los números reales, donde se incluyen tanto los racionales como los irracionales.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN:

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Informe de resultados históricos prueba Saber: Este documento del Ministerio de Educación Nacional proporciona información detallada sobre los resultados de las pruebas Saber, evidenciando las brechas de desempeño entre estudiantes de diferentes estratos socioeconómicos. https://www.mineducacion.gov.co/portal/micrositios-preescolar-basica-y-media/Evaluacion/Consultas/400767:Informe-de-resultados-historicos-prueba-Saber

- Documento Conceptual Evaluación Externa en el Área de Matemáticas: Este documento ofrece un análisis de los resultados de las pruebas de matemáticas y destaca las dificultades específicas que enfrentan los estudiantes en diferentes niveles educativos. https://smece.educacionbogota.edu.co/sites/default/files/2023-01/Doc_conceptual_Matematicas_2021.pdf

- Factores asociados al aprendizaje de las matemáticas en educación básica secundaria: Esta investigación explora cómo factores económicos y sociales influyen en el aprendizaje de las matemáticas, proporcionando una perspectiva sobre las dificultades cognitivas y contextuales que enfrentan los estudiantes de estratos bajos. https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/84276/97612105.2021.pdf?sequence=4

- El deseo de acceso y equidad en la educación matemática: Este estudio aborda las relaciones entre raza, poder y educación matemática en Colombia, y cómo estas dinámicas afectan el acceso y la equidad en el aprendizaje de las matemáticas. https://revistas.upn.edu.co/index.php/RCE/article/view/6360/5292

- Desigualdad educativa: el balance de resultados de pruebas Saber 11 en Colombia: Este artículo analiza cómo la desigualdad y la brecha de conocimientos aumentan entre los estudiantes de estratos socioeconómicos altos y bajos, especialmente en áreas como matemáticas. https://www.bluradio.com/nacion/desigualdad-educativa-el-balance-de-resultados-de-pruebas-saber-11-en-colombia-rg10

- **Ministerio de Educación Nacional de Colombia**: Referentes Curriculares y Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas. https://www.colombiaaprende.edu.co/contenidos/coleccion/derechos-basicos-de-aprendizaje

- **Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES)**: Informes y análisis sobre Pruebas Saber. https://www.icfes.gov.co/resultados.html

- **Evaluar para Avanzar 3º a 11º**: Herramientas de diagnóstico de competencias matemáticas en Colombia. https://www.mineducacion.gov.co/portal/micrositios-preescolar-basica-y-media/Evaluar-para-avanzar/