

PROYECTO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ALIANZA PARA EL PROGRESO Montelíbano - 2021 – 2022

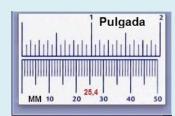


Bio

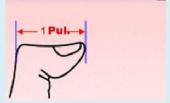
"÷ + Matemáticas + Vida"

NÚMEROS RACIONALES - Q

Se tiene conocimiento que en el campo de la metalmecánica y en el de la construcción se acostumbra a medir las dimensiones de algunas herramientas a través de la pulgada.



La pulgada que es una medida de longitud tomada del sistema métrico ingles, en el que antropométricamente se tomaba la longitud de la falange distal del dedo para medir.



La pulgada (") es equivalente en el sistema métrico decimal a 2.54 centímetros (cm) o lo que es igual 25,4 milímetros (mm). Recuerde que 1 centímetro son 10 milímetros.

1 pulgada (") = 2.54 centímetro (
$$cm$$
) = 25.4 milímetro (mm)

Lo que quiere decir que entre las pulgadas y los centímetros hay una relación de 254 centímetros por cada 100 pulgadas; o de 2540 milímetros por cada 100 pulgadas. Lo que puede expresarse así:

$$\frac{254}{100} cm_{/"}$$
 ó $\frac{2540}{100} mm_{/"}$

Aunque también se puede decir que, por cada 100 pulgadas se tendrán 254 centímetros, o 2540 milímetros, y expresarlo en este otro orden:

$$\frac{100}{254}$$
"/ cm ó $\frac{100}{2540}$ "/ mm

En este sentido puede decirse que también la relación, pulgadas por centímetros (" $/_{cm}$) , se puede expresar así:

$$\frac{1}{2,54}$$
 "/cm ó $\frac{127}{50}$ cm/"

Esta última expresión se obtiene de simplificar una de las anteriores expresiones, veamos:

$$\frac{\frac{127}{254}}{\frac{100}{50}} cm / = \frac{127}{50} cm / = \frac{127}{50}$$

También podemos considerar que si una herramienta de 1" mide 2,54 cm, entonces es posible calcular cuantos centímetros mide una herramienta de 5".

$$5" \times \frac{2.54 \ cm}{1"} = \frac{5" \times 2,54 \ cm}{1"} = \frac{12.7 \times cm}{1"} = 12.7 \ cm$$

ACTIVIDAD

La llave española es una herramienta manual de agarre. La misma se utiliza para ajustar tornillos, tuercas y casi cualquier objeto que posea una cabeza en forma de hexágono.

Estas herramientas son muy utilizadas, debido a que se usan en cualquier trabajo que necesite de un ajuste mecánico, aplicación de fuerza o de torque. Tienen una cabeza o boca en cada uno de los costados que pueden ser de igual o diferente forma.

A continuación presentamos una tabla que contiene los datos de 15 llaves españolas muy utilizadas, su medida de agarre en pulgadas y el número de llaves que se pueden elaborar a partir de 1 kg de acero, según el peso de cada llave.

Las medidas en pulgadas de cada llave corresponden a la dimensión de su abertura (boca), que corresponde a la dimensión de las tuercas que puede soltar.

Orden	Pulgadas	Peso
	,,	N° de piezas por Kg
1	1/8	16
2	3/16	15
3	1/4	14
4	5/16	12
5	3/8	10
6	7/16	10
7	1/2	9
8	9/16	9
9	5/8	8
10	11/16	8
11	3/4	7
12	13/16	7
13	7/8	7
14	15/16	6
15	1	6

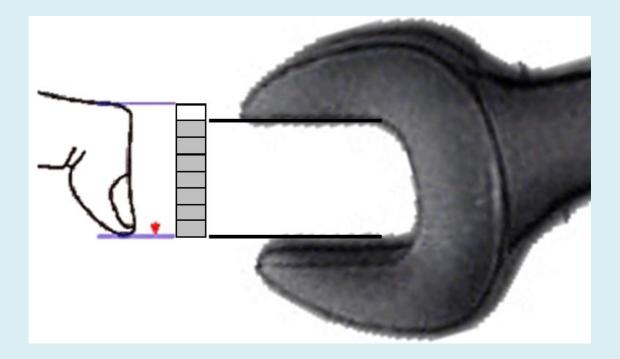


Ejercicio de ejemplo 1:

De acuerdo a lo anterior, la llave N° 13 que mide $\frac{7}{8}$ " ¿Cuántos milímetros mide su boca?

Estamos hablando de la llave que aparece en el orden N° 13; como se ve en la tabla esta llave mide de boca $\frac{7}{8}$ ", es decir $\frac{7}{8}$ de pulgada.

Es como si tomáramos 1 pulgada y la dividiéramos en 8 partes iguales, pero de esa partes solo tomamos 7.



Entonces, esa parte sombreada son los $\frac{7}{8}$ de pulgada, y para calcular a cuántos milímetros equivale hacemos lo siguiente:

Multiplicamos esa medida por la fracción que establece la relación entre centímetros y pulgadas.

$$\frac{7}{8}$$
" $\times \frac{2.54 \ cm}{1}$ = $\frac{17.78^{\cancel{N}} \times cm}{8^{\cancel{N}}}$ = 2.22 cm

Y luego, convertimos ese cociente en milímetros, así:

$$2.22 \ cm \times \frac{10 \ mm}{1 \ cm} = \frac{22.2 \ cm \times mm}{1 \ cm} = 22.2 \ mm$$

Y así obtenemos la respuesta: 22.2 mm

Otra forma más corta es utilizar directamente la relación de milímetros por pulgada, así:

$$\frac{7}{8}$$
" $\times \frac{2540 \text{ mm}}{100 \text{ "}} = \frac{17780^{\cancel{M}} \times mm}{800^{\cancel{M}}} = 22.2 \text{ mm}$

- **1.** De acuerdo a lo anterior, la llave N° 2 que mide $\frac{3}{16}$ " ¿Cuántos milímetros mide su boca?
 - **a.** 4.76 mm
 - **b.** 7.62 mm
 - **c.** 76.2 mm
 - **d.** 3.16 mm

- **2.** De acuerdo a lo anterior, la llave N° 3 que mide $\frac{1}{4}$ " ¿Cuántos milímetros mide su boca?
 - a. 2.54 mm
 - **b.** 3.35 mm
 - c. 6.35 mm
 - **d.** 0.63 mm
- **3.** De acuerdo a lo anterior, la llave N° 8 que mide $\frac{9}{16}$ " ¿Cuántos centímetros mide su boca?
 - a. 22.86 cm
 - **b.** 3.35 cm
 - c. 9.16 cm
 - d. 1.42 cm

Ejercicio de ejemplo 2:

De acuerdo a lo anterior, la llave N° 14 que mide $\frac{15}{16}$ " ¿Cómo es comparada con la de la llave N° 5 que mide $\frac{3}{8}$ " ?

En primer lugar debes verificar cuál de las dos llaves es más grande, la de $\frac{15}{16}$ " (Se lee $\frac{15}{16}$ de pulgada) o la de $\frac{3}{8}$ ")

Para averiguarlo y constatarlo, puedes hacer lo siguiente:

- I. Como la llave de $\frac{3}{8}$ " es la N° 5, y la llave de $\frac{15}{16}$ " es la N° 14 es de suponer que esta última es la más grande, o de mayor medida en la boca.
- II. Una forma de constatarlo es hallando la razón de cada fracción. Por ejemplo:

Realizada las divisiones, constatamos que las razones de estas fracciones son:

$$\frac{3}{8} = 0.375$$
 $\frac{15}{16} = 0.9375$

Y aquí es evidente que el número decimal mayor es 0.9375, lo que significa que la llave N° 14 si es de boca más grande que la N°5

III. Pero ahora la tarea es averiguar que tan grande es la llave N° 14 comparada con la llave N° 5.

Y aquí lo más recomendable puede ser realizar la resta de las fracciones.

$$\frac{15}{16} - \frac{3}{8} = \frac{(15 \times 8) - (16 \times 3)}{(16 \times 8)} = \frac{120 - 48}{128} = \frac{72}{128}$$

Esta fracción que obtuvimos como diferencia se puede simplificar así:

$$\frac{72}{128} = \frac{36}{64} = \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$$

Entonces la diferencia entre la llave N°14 y la llave N°15 son $\frac{9}{16}$ ", es decir $\frac{9}{16}$ de pulgada.

IV. Pero esto se puede constatar más fácil por el método directo para trabajar con fracciones homogéneas, así:

Si tomamos una de las fracciones y probamos a amplificarla hasta lograr que sea homogénea con la otra. Por ejemplo, tomamos $\frac{3}{8}$ que tienen como denominador 8 y la amplificamos por 2, lograremos que sea homogénea con $\frac{15}{16}$ que tiene como denominador 16.

$$\frac{3\times2}{8\times2} = \frac{6}{16}$$

Así nos damos cuenta que la llave N°5 también se podría decir que mide: $\frac{6}{16}$ ".

Así la resta quedaría:
$$\frac{15}{16} - \frac{6}{16} = \frac{9}{16}$$

Con lo que constatamos que la llave N°14 es $\frac{9}{16}$ " más grande que la llave N°5.

V. ¿También podríamos averiguar cuántas veces más grande es?

No confundas cuanto más grande con cuantas veces más grande.

Por ejemplo: 12, es 9 más grande que 3. Pero 12 es 4 veces más grande que 3. Porque:

$$12 - 3 = 9$$
 y $3 \times 4 = 12$

Entonces, para averiguar esto con las fracciones, dividimos la fracción mayor entre la menor. Y eso lo podemos de varias formas:

Una de esas formas es, escribiendo las fracciones como una sola fracción, y multiplicando los medios con los medios, y los extremos con los extremos, y simplificando:

$$\frac{15}{16} \div \frac{6}{16} = \frac{\frac{15}{16}}{\frac{6}{16}} = \frac{15 \times 16}{6 \times 16} = \frac{15}{6}$$

Entonces decimos que la llave N°14 es $\frac{15}{6}$ de veces más grande que la N°5, o que es $\frac{15}{6}$ más grande.

Y es diferente decir que la llave N°14 es $\frac{9}{16}$ de pulgadas, más grande que la llave N°5, o que es $\frac{9}{16}$ " más grande.

- **4.** De acuerdo a lo anterior, la medida de la llave N° 5 que mide $\frac{3}{8}$ " ¿Cómo es comparada con la de la llave N° 3 que mide $\frac{1}{4}$ "?
 - a. $1/_{8}$ de pulgada más grande
 - b. 2 pulgadas más grande
 - c. $\frac{1}{32}$ de pulgada más grande
 - **d.** 1/4 de pulgada más pequeña
- **5.** De acuerdo a lo anterior, la medida de la llave N° 7 que mide $\frac{1}{2}$ " ¿Cómo es comparada con la de la llave N° 2 que mide $\frac{3}{16}$ "?
 - a. 2 pulgadas más grande
 - **b.** $^{5}\!/_{16}$ de pulgada más grande
 - c. menos de 1/4 pulgada más grande
 - d. 3 pulgadas más grande

- **6.** De acuerdo a lo anterior, la medida de la llave N° 7 que mide $\frac{1}{2}$ " ¿Cómo es comparada con la de la llave N° 3 que mide $\frac{1}{4}$ " ?
 - a. $^{7}/_{4}$ de pulgada más grande
 - **b.** $\frac{3}{2}$ de pulgadas más grande
 - c. 1/4 de pulgada más grande
 - d. 3 pulgadas más grande
- 7. De acuerdo a lo anterior, la medida de la llave N° 5 que mide $\frac{3}{8}$ " ¿Cómo es comparada con la de la llave N° 2 que mide $\frac{3}{16}$ " ?
 - a. $5/_{8}$ de pulgada más grande
 - **b.** $^2/_{16}$ de pulgadas más grande
 - c. 2 pulgadas más grande
 - d. 2 veces más grande

- 8. De acuerdo a lo anterior, la medida de la llave N° 1 que mide $\frac{1}{8}$ " ¿Cómo es comparada con la de la llave N° 5 que mide $\frac{3}{8}$ " ?
 - a. 1/8 de pulgada más pequeña
 - b. la mitad de ella.
 - c. 1/4 pulgada más pequeña
 - **d.** $^2/_3$ pulgada más pequeña
- 9. De acuerdo a lo anterior, la medida de la llave N° 4 que mide $\frac{5}{16}$ " ¿Cómo es comparada con la de la llave N° 10 que mide $\frac{11}{16}$ " ?
 - a. $5/_{11}$ de pulgada más pequeña
 - **b.** $^6\!/_{16}$ más pequeña
 - c. $\frac{5}{11}$ más pequeña
 - d. $6/_{11}$ más pequeña

Ejercicio de ejemplo 3:

Si consideramos que según la tabla, 9 llaves de $\frac{9}{16}$ " pesan 1Kg, entonces ¿Cuál será el número racional (Q) más indicado para expresar el peso de una llave de estas?

Utilicemos la siguiente fracción para expresar la relación entre la cantidad de llaves y el peso:

$$\left(\frac{1 \ kg}{9 \ lla}\right)$$
 ó $\left(\frac{9 \ lla}{1 \ kg}\right)$

Como en nuestro caso nos han preguntado por el peso de 1 llave, debemos operar así:

$$1 lla \times \left(\frac{1 kg}{9 lla}\right) = \frac{1 lla \times kg}{9 lla} = \frac{1}{9} kg \approx 0.11 kg$$

Entonces la respuesta es $\frac{1}{9}kg$ o aproximadamente 0.11 kg.

No olvide que esta fracción también puede amplificarse.

Por ejemplo a $\frac{3}{27}kg$ que querría decir que 27 llaves de estas pesan 3 kilogramos.

Y $\frac{4}{36}kg$, que querría decir que 36 llaves de estan pesan 4 kilogramos.

- 10. El número racional (Q) más indicado para expresar el peso de una llave de $\frac{3}{8}$ " es
 - **a.** $^{3}/_{8}$ kg.
 - **b.** $10/_2$ kg.
 - c. $\frac{1}{10}$ kg.
 - **d.** $^{2}/_{10}$ kg.

- 11. El número racional (Q) más indicado para expresar el peso de una llave de $^1\!/_2$ " es
 - a. $\frac{1}{2}$ kg.
 - **b.** $^{2}/_{18}$ kg.
 - **c.** 9/2 kg.
 - **d.** $\frac{2}{9}$ kg.

- 12. La diferencia en peso entre una llave de $^5\!/_{16}$ " y una llave de $^7\!/_{8}$ " es
 - a. $^{19}/_{84}$ kg.
 - **b.** $\frac{5}{84}$ kg.
 - c. $^{1}/_{12}$ kg.
 - **d.** 1 kg.

- 13. La relación entre llaves de $^9\!/_{16}$ " y llaves de $^{13}\!/_{16}$ " para que tengan el mismo peso es
 - a. 9/7
 - **b.** $^4/_{16}$
 - c. 9/13
 - d. $\frac{1}{2}$

- **14.** La relación entre llaves de $^3/_4$ " y llaves de $^3/_8$ " para que tengan el mismo peso es
 - a. 10 llaves de $\frac{3}{4}$ " por 7 llaves de $\frac{3}{8}$ "
 - **b.** 3 llaves de $^3/_4$ " por 8 llaves de $^3/_8$ "
 - c. 4 llaves de $^{14}/_{4}$ " por 8 llaves de $^{5}/_{4}$ "
 - **d.** 7 llaves de $\frac{3}{4}$ " por 10 llaves de $\frac{3}{8}$ "

- 15. La relación entre llaves de $^3\!/_{16}$ " y llaves de 1 " para que tengan el mismo peso es
 - **a.** 3:16
 - **b.** 30 : 12
 - **c.** 16:1
 - **d.** 15:10

- 16. La razón de la relación entre llaves de $^5\!/_{16}$ " y llaves de $^3\!/_4$ " para que tengan el mismo peso es aproximadamente
 - **a.** 0.31
 - **b.** 1.71
 - **c.** 0.75
 - **d.** 2.28

- 17. La razón de la relación entre llaves de $^7/_8$ " y llaves de $^3/_8$ " para que tengan el mismo peso es
 - **a.** 0.875
 - **b.** 1.9
 - **c.** 0.7
 - **d.** 0.375

Ejercicio de ejemplo 4:

Si consideramos que según cierta cantidad de llaves, tenemos un peso de $\frac{3}{5}kg$, entonces podríamos preguntar ¿Cuál será el peso total de las llaves si le agregamos 3 kg de peso en llaves?

En ese caso tendremos que plantear la siguiente suma entre un fraccionario y un entero (ambos son números racionales):

$$\frac{3kg}{5} + 3kg$$

Y en este caso tenemos dos formas, una de ella es la ya conocida en años anteriores y en donde se procede así:

Al número entero se le expresa como un fraccionario (recordemos que todo entero es racional) colocándole un 1 en el denominador. Y luego se sigue el conocido procedimiento.

$$\frac{3kg}{5} + \frac{3kg}{1} = \frac{(3kg \times 1) + (5 \times 3kg)}{(5 \times 1)} = \frac{3kg + 15kg}{5}$$
$$\frac{18kg}{5} = 3.6 \ kg$$

Que en todo caso es el mismo procedimiento resumido que estamos aprendiendo, y que es así:

Primero debemos convertir al entero en una fracción homogénea con la otra.

Entonces como la fracción está expresada en quintos, vamos a expresar al entero en quintos. Entonces 3 se convertirá en $^{15}/_5$, cuya razón es 3. Y luego como lo que nos queda son dos fracciones homogéneas, sumamos los numeradores y le colocamos el mismo denominador.

$$\frac{3kg}{5} + \frac{15kg}{5} = \frac{18kg}{5} = 3.6K$$

18. Sí tenemos cierta cantidad de llaves con un peso de $\frac{2}{7}kg$, entonces ¿Cuál será el peso total de las llaves si le agregamos 7 kg de peso en llaves?

a.
$$51/_{49} kg$$

b.
$$^{9}/_{49} kg$$

c.
$$51/_7 kg$$

d.
$$\frac{7}{49} kg$$

19. Sí tenemos cierta cantidad de llaves con un peso de $\frac{1}{3}kg$, entonces ¿Cuál será el peso total de las llaves si le agregamos 5 kg de peso en llaves?

a.
$$^{16}/_3 kg$$

b.
$$^{16}/_{5} kg$$

c.
$$^{15}/_3 kg$$

d.
$$^{15}/_{5} kg$$

20. Sí tenemos cierta cantidad de llaves con un peso de $\frac{3}{8}kg$, entonces ¿Cuál será el peso total de las llaves si le agregamos 2 kg de peso en llaves?

a.
$$\frac{6}{8}kg$$

b.
$$\frac{5}{8} kg$$

c.
$$^{19}/_{16} kg$$

d.
$$^{19}/_{8}kg$$