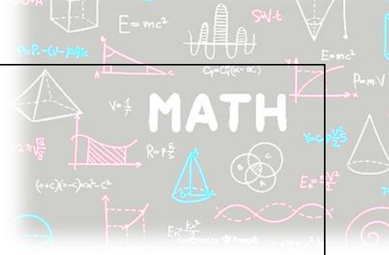

TALLER

PARA EL VIERNES 20 DE NOVIEMBRE DE 2020

1. Demostrar que:

- El elemento idéntico de la suma, el cero 0, determinado en el axioma C3 es único.

Prueba

Supongamos que existen dos números reales 0 y 0´ que cumplen el axioma C3,
Entonces

1.	0 + 0´ = 0´	Por Axioma C3 (Prop. Modulativa de la Suma)
2.	0 + 0´ = 0	Por Axioma C3
3.	0 = 0´	Por Prop. de Transitividad.

Luego 0 es único $q.e.d$ (*Quod erat demonstrandum*: Lo que queríamos demostrar).

2. Demostrar que:

- El elemento idéntico del producto, el cero 1, determinado en el axioma C8 es único.

Prueba

Supongamos que existen dos números reales 1 y 1´ que cumplen el axioma C8,
Entonces

1.	1 + 1´ = 1´	Por Axioma C8 (Prop. Modulativa del Producto)
2.	1 + 1´ = 1	Por Axioma C8
3.	1 = 1´	Por Prop. de Transitividad.

Luego 0 es único $q.e.d$

3. Demostrar que:

$0 \neq 1.$

Prueba

Supongamos que $0 = 1$

1.	0 = 0	Por identidad.
2.	0 + 0 = 0 + 0	Por Axioma C12 (Prop. de Uniformidad)
3.	0 + 0 = 0	Por Axioma C3
4.	1 + 1 = 0	Por Hipótesis
5.	2 = 0	Por C1 (Prop. Clausurativa de la Suma)

1.	0 = 0	Por identidad.
2.	0 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0	Por Axioma C12 (Prop. de Uniformidad)
3.	0 + 0 + 0 = 0	Por Axioma C3
4.	1 + 1 + 1 = 0	Por Hipótesis
5.	3 = 0	Por C1 (Prop. Clausurativa de la Suma)

0 = 1 = 2 = 3 … →← (Contradicción)

Entonces $0 \neq 1$

$q.e.d$

Si no fuera así, sería entonces 0 = 1 = 2 = 3 = … y habría un solo número real.

4. Demostrar la *Propiedad cancelativa de la adición.*

Si *a*, *b* son números reales y $a + b = a + c$ entonces $b = c$

Prueba

Supongamos que $a + b = a + c$

1.	$a + b = a + c$	Por Hipótesis
2.	$(-a) + (a + b) = (-a) + (a + c)$	Por Axioma C12
3.	$((-a) + a) + b = ((-a) + a) + c$	Por Axioma C2
4.	$0 + b = 0 + c$	Por Axioma C4
5.	$b = c$	Por Axioma C3

$q.e.d$

EJERCICIOS

5. **Demostrar la** *Propiedad cancelativa de la multiplicación.*

Si *a*, *b* son números reales y $a \times b = a \times c$ entonces $b = c$

Prueba

Supongamos que $a \times b = a \times c$

1.	$a \times b = a \times c$	Por Hipótesis
2.	____________________________	Por Axioma C12
3.	____________________________	Por Axioma C7
4.	$1 \times b = 1 \times c$	Por Axioma C9
5.	$b = c$	Por Axioma C8

$q.e.d$

6. **Demostrar que el** *Inverso aditivo de un número real es único.*

Prueba

Supongamos que existe $\forall a \in R$ (Para todo a que pertenece a los reales) $\exists(-a)\ y\ (-a)' \in R$ (Existe dos números inversos de a)

1.	$(-a) + a = 0$	Por C4
2.	____________________________	Por C4
3.	$(-a) + a = (-a)' + a$	Por Transitividad
4.	____________________________	Por T4

$q.e.d$

7. Demostrar que el *Inverso multiplicativo de un número real es único.*

Prueba

Supongamos que existe $\forall\, a \in R$ (Para todo a que pertenece a los reales) $\exists \left(\frac{1}{a}\right)\ y \left(\frac{1}{a}\right)' \in R$ (Existe dos números inversos multiplicativos de a)

5.	$\left(\frac{1}{a}\right) \times a = 1$	Por C9
6.	______________________________	Por C4
7.	$\left(\frac{1}{a}\right) \times a = \left(\frac{1}{a}\right)' \times a$	Por Transitividad
8.	______________________________	Por T5

$q.e.d$

8. Demostrar que *Para todo par de números reales* a *y* b*, si* $a + b = 0$ *entonces* $b = -a$.

Prueba

1.	$a + b = 0$	Por Hipótesis
2.	______________________________	Por C12
3.	$[(-a) + a] + b = -a$	Por C2 y C3
4.	______________________________	Por C4
5.	______________________________	Por C3

$q.e.d$

9. **Demostrar que** *Para todo par de números reales* a *y* b*, si* $a \neq 0$ *y* $a \times b = 1$.

Entonces: $b = \frac{1}{a}$

Prueba

1. $a \times b = 1$ Por Hipótesis
2. $\frac{1}{a} \times (a \times b) = \frac{1}{a} \times 1$ Por ___________
3. $\left(\frac{1}{a} \times a\right) \times b = \frac{1}{a}$ Por ___________
4. $1 \times b = \frac{1}{a}$ Por ___________
5. $b = \frac{1}{a}$ Por ___________

$q.e.d$

10. **Demostrar que** *Para todo par de números reales* a *se tiene que* $0 \times a = 0$.

Prueba

1. $0 \times a = 0 \times a$ Por Hipótesis
2. ______________________________ Por ___________
3. ______________________________ Por ___________
4. ______________________________ Por ___________
5. ______________________________ Por ___________
6. ______________________________ Por ___________
7. $0 = 0 \times a$ Por ___________

$q.e.d$