ACTIVIDAD PARA ENTREGAR EN CLASES

8°B y 8°C - Deben entregar resuelto en hojas de bloc tamaño Carta, todas las hojas bien marcadas y bien presentadas; con letra clara y con buena ortografía. El trabajo es individual.

Evaluación diagnóstica



a)
$$3x + 4y$$

$$b) -3b$$

d)
$$x(m+n-p)$$

2. Traduce las siguientes expresiones en lenguaje común al lenguaje algebraico.

a) El producto de las edades de dos hermanos hace 17 años.

b) La suma de los cuadrados de dos números enteros consecutivos.

 c) El cociente de la raíz cuadrada de la diferencia de dos cantidades y la diferencia de los cuadrados de dichas cantidades

3. En un cine las entradas de adultos, cuestan \$35 y la de niños \$20. En un fin de semana asistieron 326 espectadores, se recaudaron \$10 090. ¿Cuántos adultos y cuántos niños asistieron?

4. En las siguientes secuencias escribe el número que hace falta.

5. Si te ofrecen un descuento del 20% sobre un producto, pero con la opción de hacerlo efectivo antes o después de aplicarle el IVA de 16% ¿cuál es la opción que más te conviene? En ambos casos ¿Qué porcentaje del costo original habrá que pagar?

Introducción al álgebra

Álgebra

Es una rama de las matemáticas que generaliza los métodos y procedimientos de la aritmética para efectuar cálculos y resolver problemas con cantidades, mediante reglas y operaciones que no necesariamente requieren de números específicos.

Introducción al álgebra

Puesto que el álgebra es una rama de las matemáticas, sus operaciones son las mismas que las de la aritmética, es decir, adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación.

Recordemos que en aritmética la solución de problemas se realiza siempre en forma particular, ya que únicamente se resuelve el problema planteado, pues al emplear números no es posible establecer principios generales en los procedimientos. Se hace comprender que en una gran mayoría de aspectos aritméticos se requiere de la aplicación del álgebra con el fin de establecer reglas y procedimientos que faciliten la solución de problemas similares.

Ejemplo

Un comerciante compró un automóvil en \$87500 y lo vendió en \$103250. ¿Cuánto ganó?

Razonamiento

Al efectuar la diferencia entre el precio de venta y el de costo, resulta la ganancia, es decir:

$$103250 - 87500 = 15750$$

La ganancia es de 15750 pesos

En el álgebra además de resolver el problema dado, se trata de establecer un principio que, generalizado, pueda aplicarse en otros problemas semejantes.

El razonamiento empleado en el problema anterior establece que, puesto que la diferencia entre las dos cantidades representa la ganancia, se puede concluir que:

Precio de venta = V

Precio de costo = C

Ganancia = G \therefore V - C = G

De lo anterior, algebraicamente se establece que la suma de costo y ganancia dan como resultado el precio de venta. Es decir,

$$C+G=V$$

También se puede concluir que la diferencia entre el precio de la venta y la ganancia, dan como resultado el precio del costo. Es decir,

$$V - G = C$$

En la geometría se aprecia de manera más clara la relación aritmética-álgebra, pues los procedimientos para determinar áreas, perímetros y volúmenes se efectúan con apoyo de fórmulas que establecen un formato general de solución para problemas similares.

Ejemplo

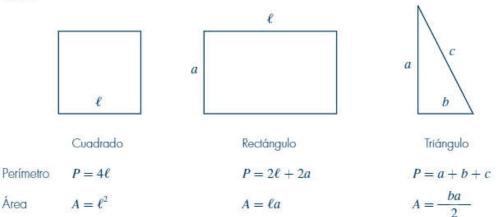
Determina el área de un rectángulo que mide 15 m de largo y 7 m de ancho.

Datos	Fórmula	Sustitución	
Lado largo $\ell = 15 \text{ m}$	$A = \ell a$	A = (15 m)(7 m)	
Lado ancho $a = 7 \text{ m}$		$A = 105 \text{ m}^2$	

El razonamiento aritmético únicamente se limitará a resolver el problema particular de ese rectángulo; el razonamiento algebraico se ocupa de establecer un formato general que permita determinar el área de cualquier rectángulo sin importar sus dimensiones.

Otros ejemplos demostrativos de la relación aritmética-álgebra

Geometria



-				
۰	15	ī	a	

Área

Despejes

$$a) F = \text{fuerza}$$
 $m = \text{masa}$
 $a = \text{aceleración}$
 $b) v = \text{velocidad}$
 $d = \text{distancia}$
 $t = \text{tiempo}$
 $v = \frac{d}{t}$
 $v = vt$
 $v = \frac{d}{v}$

Química

D = densidad	D - m	m = DV	V = m
m = masa	$D = \overline{V}$	m - Dv	$V = \overline{D}$
V = volumen		7 2 	

ÁLGEBRA

Literales e incógnitas

Puesto que las letras son los símbolos más conocidos y utilizados con mayor frecuencia por el ser humano, estas fueron tomadas para representar valores numéricos. Convencionalmente, representan determinadas condiciones o principios de los problemas, por lo que se organizan de la siguiente manera.

Literales. Son letras del abecedario que se utilizan para representar aquellos valores que son conocidos o que pueden obtenerse directamente; es decir, los datos dados en un problema se representan por medio de literales.

Incógnitas. Son letras del abecedario que se utilizan para representar aquellos valores numéricos que se desconocen y que, para ser conocidos, deberán efectuarse operaciones matemáticas.

Variables y constantes

Todas las cantidades conocidas se representan con las primeras letras del abecedario: a, b, c, d, e, ..., y se denominan también literales.

Todas las cantidades desconocidas se representan con las últimas letras del abecedario: s, t, u, v, w, x, y, z, y se denominan incógnitas. Ahora se definirán los términos variable y constante.

Variable. Es una letra o símbolo que puede tomar cualquier valor de un conjunto de números, es decir, puede cambiar de valor.

Ejemplo

Si tenemos la función y = 2x, y le asignamos valores a la variable x, resulta que el valor de la variable y cambiará conforme varia el valor de x.

si

$$x = 1$$
 si
 $x = 2$
 si
 $x = 3$
 $y = 2(1)$
 $y = 2(2)$
 $y = 2(3)$
 $y = 2$
 $y = 4$
 $y = 6$

 x
 1
 2
 3
 4
 5
 -1
 -2

 y
 2
 4
 6
 8
 10
 -2
 -4

Constante. Es cualquier letra o símbolo con un valor numérico fijo, es decir, no pueden cambiar de valor.

Ejemplo

Cualquier número, por ejemplo 9, siempre será 9; $\pi = 3.1416$ es una constante que representa la razón de la circunferencia de un círculo al diámetro; en la fórmula $A = \frac{ba}{2}$, las literales A, b y a pueden variar según los datos, pero el 2 siempre permanecerá fijo; en la función anterior y = 2x, la y y x pueden variar de valor, pero el 2 siempre será constante.

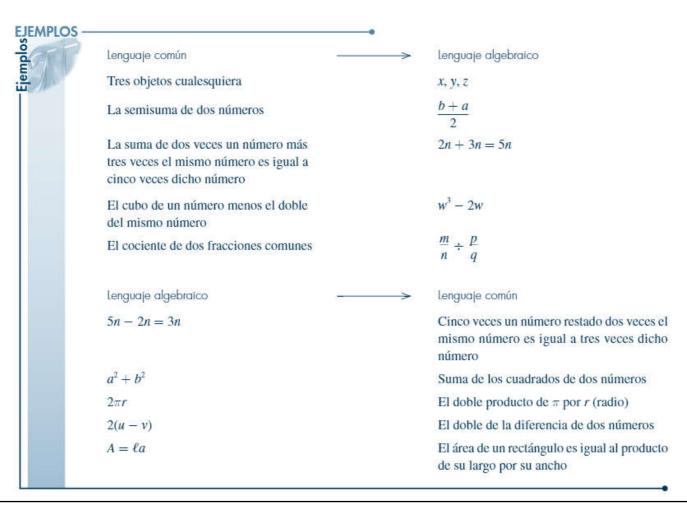
Traducción de expresiones del lenguaje común al algebraico y viceversa

En el lenguaje común o *natural* (el que usamos todos los días para comunicarnos) se emplean palabras, mientras que en el lenguaje algebraico se emplean letras y símbolos que permiten reducir las proposiciones verbales a proposiciones algebraicas muy simples y fáciles de comprender.

ACTIVIDAD PARA ENTREGAR EN CLASES

8°B y 8°C - Deben entregar resuelto en hojas de bloc tamaño Carta, todas las hojas bien marcadas y bien presentadas; con letra clara y con buena ortografía. El trabajo es individual.





Estos son los ejercicios para entregar.

- Realiza en tu cuaderno, lo que se indica en cada caso.
 - 1. Define el concepto de álgebra.
 - 2. Explica la diferencia entre el álgebra y la aritmética.
 - 3. Describe algunos ejemplos sobre la relación de la aritmética-álgebra.
 - 4. Define los siguientes términos.
 - a) Literal

c) Variable

b) Incógnita

- d) Constante
- 5. Escribe cuál es la diferencia entre el lenguaje común y el lenguaje algebraico.
- 6. Con ayuda de tu profesor, traduce las siguientes expresiones dadas en lenguaje común al lenguaje algebraico.
 - a) La tercera parte de un número
 - b) La diferencia de los cuadrados de dos números
 - c) La mitad de un número más el doble del mismo número
 - d) El cuadrado de la suma de dos números
 - e) El triple de un número



 En equipo traduzcan las siguientes expresiones dadas en lenguaje algebraico al lenguaje común y comparen sus resultados con el resto del grupo.

a)
$$x + y - 7$$

$$d) x(a-b)$$

b)
$$2a - 3b$$

$$e)$$
 $(x+y)(x-y)$

c)
$$\sqrt{ab}$$

$$f) (a-b)^2$$



Notación algebraica

A continuación estudiaremos algunos de los elementos básicos de la notación algebraica: los signos de operación, los signos de relación y los signos de agrupación.

Signos de operación

En álgebra, las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación se efectúan en forma similar que en la aritmética; dichas operaciones se indican con los siguientes signos:

- a) El signo de la adición es +. Por ejemplo, 2p + q.
- b) El signo de la sustracción es -. Por ejemplo, s t.
- c) El signo de la multiplicación es x. Por ejemplo, a x b; también se usa un punto entre los factores, es decir, u · v; por lo general, se colocan los factores entre paréntesis (m)(n).

Al tener factores literales, o un factor numérico y otra literal, no es necesario que se escriba el signo de la multiplicación, es decir: uvw, 3ab, 2x.

- d) El signo de la división es \div . Por ejemplo, $x \div y$; también se representa separando el dividendo y el divisor por una línea horizontal, es decir, $\frac{x}{y}$, o también por una línea diagonal, x / y.
- e) El signo de la potenciación es el exponente, que es un número que se escribe en la parte superior derecha de una literal, número o expresión, indicando el número de veces que la literal, número o expresión, que se denomina base, se toma como factor.

Ejemplos

$$m^{4} = (m)(m)(m)(m)$$
$$2^{3} = (2)(2)(2) = 8$$
$$(3xy)^{2} = (3xy)(3xy) = 9x^{2}y^{2}$$

Cuando una literal, número u expresión no tiene un exponente indicado, se sobreentiende que su exponente es la unidad.

$$u = u1$$
$$3 = 31$$
$$5xy = 51x1y1$$

f) El signo de radicación (radical) es √ . Dentro de este signo se coloca la expresión a la cual se le va a extraer la raíz, que es la cantidad que al multiplicarse tantas veces como indica el radical, da por resultado la expresión ubicada en el interior del mismo.

$$\sqrt{2a}$$

Extraer la raíz cuadrada de $2a$
 $\sqrt[3]{8x^2y}$
Extraer la raíz cúbica de $8x^2y$

Signos de relación

Los signos que nos permiten identificar la relación que guardan dos cantidades, son:

- a) El signo de la igualdad es =. Por ejemplo, m = w.
- b) El signo mayor que es >. Por ejemplo, a > b.
- c) El signo menor que es <. Por ejemplo, x < y.
- d) El signo diferente de es \neq . Por ejemplo, $p \neq q$.

Signos de agrupación

Se representan normalmente por:

- a) Paréntesis curvo: ()
- b) Paréntesis recto o corchete: []
- c) Paréntesis de llave: []
- d) Signo de vínculo: -

Los símbolos de agrupación son empleados para hacer que el significado de ciertas expresiones sea claro e indicar el orden en que las operaciones deben efectuarse.

Identificación de los elementos de una expresión algebraica

Expresión algebraica

Es una representación que se aplica a un conjunto de literales y números que conforman una o más operaciones algebraicas.

Ejemplos

x;
$$7z^2$$
; $2a + 5b$; $\sqrt{8x}$; $\frac{x^2a^2}{x}$; etc.

En las expresiones algebraicas, las partes que aparecen separadas por el signo + o -, reciben el nombre de términos algebraicos.

Término algebraico

Es cualesquiera de las partes de una expresión que consta de uno o varios símbolos no separados entre sí por el signo + o -.

Ejemplos

$$3x^2$$
; $2mn$; $\frac{u}{3}$; $\sqrt{5y^3}$; $4x^2y$; etc.

Elementos de un término

Los elementos que constituyen un término son: el signo, el coeficiente, la parte literal y el grado.

Términos por el signo

Los términos que van precedidos del signo (+) se denominan positivos; los que van precedidos del signo (-) se denominan negativos.

ÁLGEBRA

Ejemplos

$$8x^2y$$
; $\frac{2x}{3y}$; $\sqrt[3]{4x}$; $5x$; $7uvw$ Términos positivos.

$$-6xy^2$$
; $\frac{-3m}{n}$; $-\sqrt{7a^2}$; $-ax$; $-8mn$ Términos negativos.

Cuando un término no es afectado por ningún signo se considera positivo, ya que el signo (+) suele no escribirse en términos positivos.

Coeficiente

Es generalmente el primero de los factores que conforman un término; el coeficiente puede ser de dos clases.

Numérico. Cuando es el factor numérico de un término.

Ejemplo

El coeficiente numérico del término 5ax es 5.

Literal. Cuando es el factor literal de un término.

Ejemplo

El coeficiente literal del término my es m.

Es importante señalar que el coeficiente siempre va acompañado del signo del término.

Ejemplo

En el término -2by, el coeficiente numérico es -2.

Cuando un término no tiene coeficiente numérico, se sobreentiende que su coeficiente es la unidad.

Ejemplo

$$axy = 1axy$$

Parte literal

Son los factores literales que contiene el término.

Ejemplo

En el término 5ax, la parte literal es ax.

Grado de un término

El grado de un término puede ser de dos formas, absoluto y relativo a una literal.

Absoluto. El grado absoluto de un término es el número que se obtiene al sumar los exponentes de la parte literal.

Ejemplos

$$2x$$
 \longrightarrow Primer grado x^3y \longrightarrow Cuarto grado
 $5ab$ \longrightarrow Segundo grado $3m^2n^2x$ \longrightarrow Quinto grado
 $8a^2x$ \longrightarrow Tercer grado x^3y^2z \longrightarrow Sexto grado

Relativo. El grado de un término relativo a una literal es el mayor exponente que tenga la literal considerada.

Ejemplos

 xy^2 ---> Primer grado con respecto a x y segundo grado con respecto a y.

 m^2n^3x — Segundo grado con respecto a m, tercer grado con respecto a n y primer grado con respecto a x.

 $2a^3b^5c^2$ — Tercer grado con respecto a a, quinto grado con respecto a b y segundo grado con respecto a c.

Cuando un término se involucra en una operación de potenciación, da lugar a dos elementos que se denominan base y exponente.

Ejemplo

En el término x^3 , 3 es el exponente y x es la base.

Clases de términos

Los términos se clasifican en enteros, fraccionarios, racionales, irracionales, homogéneos y heterogéneos.

Entero. Es aquel que no tiene denominador literal.

Ejemplos

$$3a; 2x^2y; \frac{2m}{3};$$
 etc.

Fraccionario. Es aquel que contiene en el denominador una literal.

Ejemplos

$$\frac{3}{b}$$
; $\frac{7xy}{7}$; $\frac{5a^2b}{c^3}$; etc.

Racional. Es aquel que no está afectado por un radical y puede ser entero o fraccionario.

Ejemplos

2x;
$$\frac{6a^2b}{x}$$
; $\frac{3m}{4}$; $\frac{5xy^2}{z}$; etc.

Irracional. Es aquel que está afectado por un radical y puede ser entero o fraccionario.

Ejemplos

$$\sqrt{2xy}$$
; $\frac{3m}{\sqrt{ab}}$; $5\sqrt{ab^2x}$; $\frac{\sqrt{6x^3y}}{z}$; etc.

Homogéneos. Son aquellos que tienen el mismo grado absoluto.

Ejemplos

$$2xy^2z^3$$
 y $7a^2b^3c$ Son de sexto grado absoluto.
 $3ab^2$ y $2a^2b$ Son de tercer grado absoluto.

Heterogéneos. Son aquellos que tienen distinto grado absoluto.

Ejemplos

$$3x$$
 y $7y^2$ Son de diferente grado absoluto.
 $8a^2b$ y $5x^2y^2x$ Son de diferente grado absoluto.

Existe entre los términos otra clasificación que los distingue como semejantes, no semejantes y nulo.

Semejantes. Son aquellos que tienen los mismos factores literales, variando únicamente su coeficiente.

Ejemplos

$$8a \ y \ 4a; \ 2mx \ y \ -3mx; \ etc.$$

No semejontes. Son aquellos que tienen diferentes factores literales.

Ejemplos

3ab y 7xy; 2mn y 5ax;
$$\sqrt{2a}$$
 y $\sqrt{5b}$; etc.

Nulo. Si el coeficiente de un término es cero, se tiene un término cuyo valor absoluto es cero o nulo.

Ejemplos

$$(0)x^2y = 0$$
; $(0)a^2 = 0$; etc.

Clasificación de las expresiones algebraicas por el número de términos

Las expresiones algebraicas se clasifican en monomios y polinomios.

Monomios. Son aquellos que constan de un solo término, en el que números y letras están ligados por la operación de multiplicar.

Ejemplos

$$5x$$
; $-3ab$; $\frac{x^2z}{2y}$; $-\frac{2a^3x}{7b}$; $\sqrt{3ab^3}$; etc.

Polinomios. Son aquellos que constan de más de un término, es decir, son la suma algebraica de dos o más monomios.

Ejemplos

$$a + 2b$$
; $3x^2 - 5y + z$; $2x^3 - 7x^2 - 3x + 8$; etc.

Los polinomios, de acuerdo con el número de términos que contienen, pueden ser:

Binomio. Polinomio de dos términos.

Ejemplos

$$5x^2 - 3y^2$$
; $u + at$; $4a^2b + x^2y^6$; $x^3 + 3x$; etc.

Trinomio. Polinomio de tres términos.

Ejemplos

$$x + y + z$$
; $2ab - 3a^2 + 5b^2$; $m - 2n - 8$; etc.

Grado de polinomio. El grado de un polinomio puede ser absoluto y relativo a una literal.

Absoluto. El grado absoluto de un polinomio se determina por el exponente de sus términos con el valor más alto.

Ejemplos

$$a^4 - 5a^3 + 7a^2 + 3a + 1$$
 El grado absoluto es cuarto.
 $2x^5 + 6x^3y^4 + 2x^2y^6 - 4x$ El grado absoluto es sexto.
 $2ab - a^2b^3 + 3a^3b^3 + 5b^5$ El grado absoluto es quinto.

Relativo a una literal. El grado relativo de un polinomio con respecto a una literal, es el mayor exponente que tiene la literal que se considere del polinomio.

Ejemplos

$$x^7 + x^4y^3 - x^2y^5$$
 El grado con relación a x es séptimo, de quinto grado con relación a y .
 $a^3 + 2a^2b - 7ab^2 - 8$ El grado con relación a a es tercero, de segundo grado con relación a b .

Evaluación de expresiones algebraicas

Es un proceso que consiste en sustituir valores numéricos asignados para las literales de una expresión algebraica y efectuar las operaciones indicadas para obtener como resultado un valor numérico específico correspondiente.

Ejemplos

 Encuentra la evaluación de las siguientes expresiones dadas para los valores numéricos asignados a sus literales.

a)
$$2a^2bc^3$$
, cuando $a = 2$, $b = 3$ y $e = 1$.

$$2(2)^{2}(3)(1)^{3} = 2(4)(3)(1) = 24$$

b)
$$4\sqrt{bx^3}$$
, cuando $b = 8$ y $x = 2$.

$$4\sqrt{(8)(2)^3} = 4\sqrt{(8)(8)} = 4(8) = 32$$

c)
$$5x^2 - 3x + 8$$
, cuando $x = 2$.

$$5(2)^2 - 3(2) + 8 = 5(4) - 6 + 8 = 22$$

d)
$$\frac{8a}{x} + \frac{5b^2}{y} - \frac{2a^2b}{x^2y}$$
, cuando $a = 1, b = 2, x = 3$ y $y = 4$.

$$\frac{8(1)}{3} + \frac{5(2)^2}{4} - \frac{2(1)^2(2)}{(3)^2(4)} = \frac{8}{3} + 5 - \frac{4}{36} = \frac{96 + 180 - 4}{36} = \frac{272}{36} = 7\frac{5}{9} = 7.555$$

scribe los núm

icas

ompetencias disciplinares

EJERCICIO 2

- I. Realiza en tu cuaderno, lo que se indica en cada caso.
 - 1. Escribe cuáles son los signos utilizados en la notación algebraica.
 - 2. Escribe el símbolo de los signos de operación.
 - 3. Escribe el símbolo y significado de los signos de relación.
 - 4. Escribe el símbolo de los signos de agrupación.
 - Define el término expresión algebraica.
 - 6. Escribe qué se entiende por término algebraico.
 - 7. Enuncia el nombre de los elementos que constituyen un término algebraico.
 - Explica el grado absoluto y relativo de un término algebraico.
 - 9. Desarrolla la clasificación de términos algebraicos.
 - Indica la clasificación de las expresiones algebraicas de acuerdo con el número de términos.
- II. En equipo realiza las siguientes actividades y comparen sus resultados con el resto del grupo.
 - 1. Escribe cinco expresiones algebraicas diferentes.
 - Dados los siguientes términos, identifica sus elementos.

Término Signo	Signo	Coeficiente	Parte literal	Grado	Grado
				absoluto	relativo

a)
$$-7x^{2}$$

b)
$$5(a^2 + b^2)$$

$$d) 2ab^2c$$

$$e) -3x^2y^3$$

$$f) \frac{a}{b}$$

3. Identifica la clase a que pertenecen los siguientes términos.

d)
$$2ax$$
, $3a^2x$, $5ax^2$

b)
$$\frac{5ab}{c}$$

e)
$$4x^2y$$
, $7xy^2$

c)
$$\frac{5x}{\sqrt{7y}}$$

4. Dadas las siguientes expresiones algebraicas, identifica los monomios, binomios, trinomios y polinomios.

a)
$$4x^3y + 2y^2z$$

f)
$$x^2y - xy^2 + xy$$

b)
$$3x - 5x^2 + x^3 - a$$

g)
$$a^2b + 2b^2c + 3c^2 - 10abc$$

c)
$$m^2 + 4mn + 2$$

h)
$$a^2 - x^2$$

d)
$$\frac{-3}{5}x^3$$

$$i)$$
 $(a+b)(a-b)$

$$e) \frac{a}{b}$$

$$j) \ \frac{2x}{y} - \frac{3a}{b} + \frac{yb}{2}$$

Estos son los ejercicios p

- Identifica el grado absoluto y relativo de los siguientes polinomios.
 - a) $2x^2 + 4x + 1$

d) $x^2 + y^2 = r^2$

b) $a^2x - ax^2 + a^3$

e) $ax^2y^5 - bx^3y^6 + cx^5y^2$

- c) $x^2y^3 + 2xy^2z 5x^2y^3z$
- 6. Escribe el grado absoluto y relativo de los siguientes términos.
 - a) $3b^2c$

c) x^2v^2

b) $-6x^2y$

- d) a^3b^2c
- 7. Evalúa las siguientes expresiones algebraicas.
 - a) $3x^2 + 5x 11$
- cuando x = 2

b) $\frac{3x + 5y}{x - 2}$

cuando x = 4, y = 2

c) $\frac{a^2}{2b} + \frac{b^2}{2a}$

- cuando a = 2, b = 1
- d) (x 3y)(x y)
- cuando x = 3, y = -1
- e) $x^3 3x^2 + 5x + 7$
- cuando x = -1
- $f) 5xy + 2xy^3 8x^2y^2 + 4y^5$
- cuando x = 3, y = -2
- g) $\sqrt{ab} 2a + b^2$
- cuando a = 9, b = 4
- III. Escribe en el paréntesis de la derecha el número que corresponda a la respuesta correcta, tomándolo de la lista de la izquierda y compara tus resultados con el resto del grupo.
- Escribe los números correspondientes

Competencias genéricas

Competencias disciplinares

- 1. Signos empleados para la suma, resta, multiplicación, división potenciación y radicación.
- Conjunto de literales y números que conforman una o más operaciones algebraicas.
- Cuando un término no tiene signo indicado, se considera...
- Es el primer factor de un término
- Cuando un término no tiene coeficiente numérico indicado, se considera como coeficiente a la...
- Número que se obtiene al sumar los exponentes de la parte literal.
- Es el mayor exponente que tenga una letra considerada.
- Es aquel que no tiene denominador literal.
- Es aquel que no está afectado por un radical.
- Son aquellos que tienen distinto grado absoluto.
- 11. Son aquellos que tienen la misma parte literal, pero diferente coeficiente.
- Son aquellos que constan de más de un término.

- Unidad ()
- Binomio
- () Término entero
- () Grado absoluto
- () Términos semejantes
- () Término homogéneo
- () Polinomio
- Signos de operación ()
- () Coeficiente
- Grado relativo ()
- () Expresión algabraica
- () Término heterogéneo
- Término racional ()
- Positivo